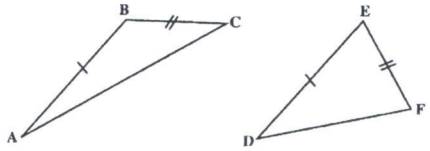
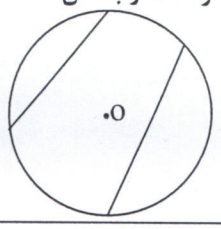
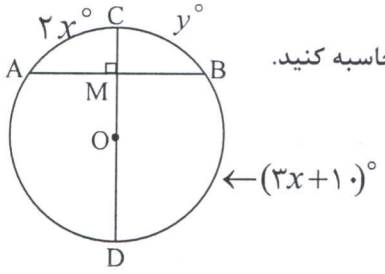
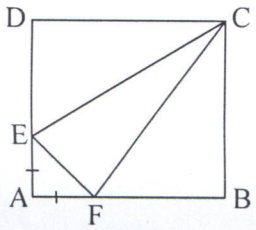
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: **هندسه (۲)**	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸:۳۰ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۶ /۱۰/ ۱۳۹۱	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در دی ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	وسط ضلع های چهارضلعی های زیررابه طورمتوالی به هم وصل کنیدوبا استفاده ازاستدلال استقرایی،ویژگی های شکل حاصل راحدس بزنید . الف) مستطیل ب)مربع ج) متوازی الاضلاع د) لوزی	۱
۲	قضیه ی لولا: ثابت کنید اگردوضلع از مثلثی با دوضلع از مثلث دیگرنظیربه نظیرمساوی باشندوزاویه ی بین این دو ضلع در مثلث اول بزرگ تر از زاویه ی بین دوضلع نظیرازمثلث د وم باشد،آن گاه ضلع سوم از مثلث اول بزرگ تر از ضلع سوم از مثلث دوم است . 	۱/۷۵
۳	در مثلث ABC و $A'B'C'$ اگر $AB = A'B'$ و $AC = A'C'$ و $\hat{A} \neq \hat{A}'$ ،ثابت کنید $BC \neq B'C'$.(برهان خلف)	۱
۴	قضیه: ثابت کنید نیمسازیک زاویه،مکان هندسی نقطه ای در صفحه ی آن زاویه است که فاصله ی آن از دو ضلع زاویه برابرباشد.	۱/۲۵
۵	قضیه: ثابت کنیددریک دایره،ازدو وتر نابرابر،آن که بزرگ تر است، به مرکزدایره نزدیک تر است،و بعکس . 	۱/۲۵
۶	زاویه ی بین دو مماس رسم شده از نقطه ی A بر دایره ی(C(O, ۵ ،برابر ۶۰° است. طول پاره خط OA را به دست آورید.	۰/۷۵
۷	قطر CD در نقطه ی M بر وترAB ا ز دایره ای به مرکز O عمود است . اگر $\overset{\frown}{AC} = ۲x^\circ$ ، $\overset{\frown}{BC} = y^\circ$ و $\overset{\frown}{BD} = (۳x+۱۰)^\circ$ باشد، x وy را محاسبه کنید. 	۱
۸	قضیه:ثابت کنید اگر از یک نقطه ،یک مماس ویک قاطع نسبت به یک دایره رسم کنیم، قطعه ای از خط مماس محصور بین آن نقطه و نقطه تماس ، واسطه ی هندسی بین دو قطعه ی قاطع است.	۱
۹	مقدار a را چنان بیابید که اندازه ی مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع های ۸ و۳ وخط المرکزین d= ۱۳ ، برابر ۳-۵a باشد .	۱
	«ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

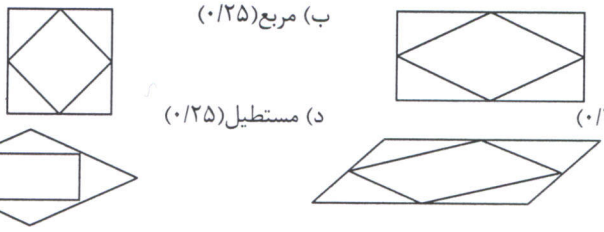
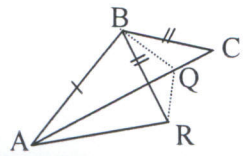
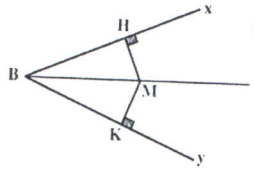
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸:۳۰ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۶ /۱۰/ ۱۳۹۱	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در دی ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	نقاط $A(۱,۱)$ ، $B(۴,۲)$ ، $C(۳,۵)$ و $D(۰,۴)$ رأس های یک مربع هستند. الف) مربع و تصویرش را تحت انتقالی که رأس A رابرروی رأس B تصویرمی کند، رسم کنید. ب) قاعده ی نگاشت این انتقال را بنویسید.	۱/۵
۱۱	نقاط $A(۶,۰)$ ، $B(۶,۶)$ و $C(۰,۶)$ رأس های یک مثلث هستند. الف)مثلث وتصویرمجانس آن رابادرنظر گرفتن $(۰,۰)$ به عنوان مرکزتجانس و $\frac{۱}{۳}$ به عنوان عامل مقیاس رسم کنید. ب)این تجانس انبساط است یا انقباض؟چرا؟	۱/۵
۱۲	تحت یک باز تاب،تصویر خط $x+y-۳=۰$ ،خط $x+y+۳=۰$ است،معادله ی محور تقارن را بنویسید.	۱
۱۳	چهار ضلعی ABCD یک مربع است و AE=AF ،با استفاده ازویژگی های تبدیل بازتاب ثابت کنید:CE=CF 	۱
۱۴	قضیه:ثابت کنید اگر خط L با یکی ازخط های صفحه ی P موازی باشد ،آنگاه،خط L با صفحه ی P موازی است .	۱/۲۵
۱۵	ثابت کنید اگر صفحه ای با یکی ازدوخط موازی ،موازی باشد با دیگری هم موازی است.	۱
۱۶	ثابت کنید اگرL و'Lدوخط متنافرباشند،ازهرنقطه ی A یک وتنهایک خط می گذردکه برL و'L عموداست.	۱/۵
۱۷	درستی یا نادرستی جملات زیر را تعیین کنید. الف)دو خط در فضا که یکدیگر را قطع نکنند لزوما" موازی هستند. ب) اگر خطی بر صفحه ای عمود باشد ،بر هر خط از آن صفحه نیز،عمود است. ج) اگر خطی بر یکی از دو صفحه ی موازی عمودباشد،بر دیگری هم عمود است. د)اگر سه خط در فضا دو به دو متقاطع باشند لزوما"همرسند. ه)از هر نقطه خارج یک خط در فضا ،یک و تنها یک خط به موازات آن خط می گذرد.	۱/۲۵
	«موفق باشید » جمع نمره	۲۰

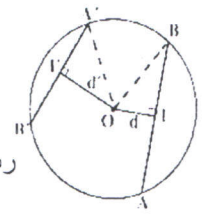
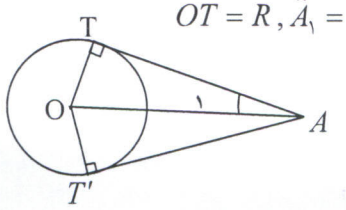
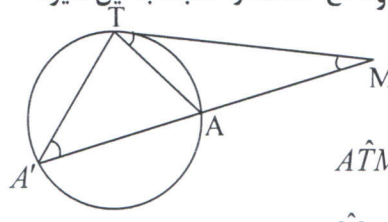
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸:۳۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۶ / ۱۰ / ۱۳۹۱
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در دی ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) لوزی (۰/۲۵) ب) مربع(۰/۲۵)  ج) متوازی الاضلاع(۰/۲۵) د) مستطیل(۰/۲۵) 	۱
۲	برهان: چون $A\hat{B}C > D\hat{E}F$ ، ازرأس **B** پاره خط **BR** را طوری رسم می کنیم که $A\hat{B}R = D\hat{E}F$ و $BR = EF$ باشد.(۰/۲۵) اگر AR را رسم کنیم، چون $A\overset{\Delta}{B}R \cong D\overset{\Delta}{E}F$ (ض زض) بنابر این $AR = DF$ (۰/۲۵). از طرفی $BC = EF$ پس $BC = BR$ (۰/۲۵) حال نیمساززاویه $R\hat{B}C$ را رسم می کنیم تاضلع **AC** را در نقطه **Q** قطع کند. (۰/۲۵)بارسم **QR** چون $B\overset{\Delta}{Q}R \cong B\overset{\Delta}{Q}C$ (ض زض) پس $QR = QC$ (۰/۲۵).حال می توان نوشت:  $A\overset{\Delta}{Q}R \longrightarrow AQ+QR > AR\,(۰/۲۵) \xrightarrow{QR=QC} AQ+QC > DF$ $\rightarrow AC > DF\ (۰/۲۵)$	۱/۷۵
۳	فرض کنیم $BC = B'C'$ (فرض خلف) (۰/۲۵) $\begin{cases} BC = B'C' \\ AC = A'C'\ (۰/۲۵) \\ AB = A'B' \end{cases} \Rightarrow (\text{ض ض ض})\ A\overset{\Delta}{B}C \cong A'\overset{\Delta}{B}'C' \Rightarrow \hat{A} = \hat{A}'\ (۰/۲۵)$ طبق فرض $\hat{A} \neq \hat{A}'$ پس به تناقض رسیدیم یعنی فرض خلف باطل وحکم درست است پس $BC \neq B'C'$ (۰/۲۵)	۱
۴	مرحله اول :نقطه M را روی نیمساز زاویه $X\hat{B}Y$ در نظر می گیریم از M خطهایی بر ضلع های BX و BY عمود می کنیم تا آنها را به ترتیب در H و K قطع کنند دو مثلث قائم الزاویه ی $B\overset{\Delta}{M}H$ و $B\overset{\Delta}{M}K$ به حالت تساوی وتر و یک زاویه ی تند همنهشت هستند، پس $MH = MK$ (۰/۵) مرحله دوم : اگر نقطه ی M از دو ضلع BX و BY به فاصله ی یکسان باشد.چون دو مثلث قائم الزاویه ی $B\overset{\Delta}{M}H$ و $B\overset{\Delta}{M}K$ به حالت تساوی وتر و یک ضلع قائمه همنهشت هستند . پس $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ (۰/۵) یعنی خطی که از B و M می گذرد نیمساز زاویه $X\hat{B}Y$ است .  رسم شکل(۰/۲۵)	۱/۲۵
	«ادامه در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸:۳۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۶ / ۱۰ / ۱۳۹۱
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در **دی ماه** سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۵	برهان: از مرکز دایره عمودهای OH و OH' را به وترهای $AB=l$ و $A'B'=l'$ وارد می کنیم . می دانیم شعاع عمود بریک وتر آن رانصف می کند ($OH=d$ و $OH'=d'$)  رسم شکل (۰/۲۵) $\overset{\Delta}{OHB}: OB^2=OH^2+HB^2 \Rightarrow R^2=d^2+\frac{l^2}{4}$ (۰/۲۵) $\overset{\Delta}{OH'A'}: OA'^2=OH'^2+H'A'^2 \Rightarrow R^2=d'^2+\frac{l'^2}{4}$ $l>l' \Leftrightarrow l^2>l'^2$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow R^2-\frac{l^2}{4}<R^2-\frac{l'^2}{4}$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow d^2<d'^2 \Leftrightarrow d<d'$ (۰/۲۵) (درصورتی که اثبات یک طرفه نوشته شده باشد (۰/۲۵)کسرشود.)	۱/۲۵
۶	 $OT=R, \hat{A}_1=30$ (۰/۲۵) $\Rightarrow OT=\frac{OA}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow OA=2R \Rightarrow OA=10$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۷	$2x=y$ $2(3x+10)+4x=360^\circ$ (۰/۵) $\Rightarrow 10x=340 \Rightarrow x=34^\circ$ (۰/۲۵) و $y=68^\circ$ (۰/۲۵)	۱
۸	برهان: دایره ی C و نقطه ی M را خارج آن درنظر می گیریم .مماس MT وقاطع MAA' را نسبت به این دایره رسم می کنیم،از T به A و A' وصل می کنیم. دو مثلث $\overset{\Delta}{MAT}$ و $\overset{\Delta}{MA'T}$ متشابهند زیرا :  رسم شکل (۰/۲۵) $\left.\begin{array}{l} A\hat{T}M=A\hat{A}'T=\frac{\overset{\frown}{AT}}{2} \\ \hat{M}=\hat{M} \end{array}\right\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{MT}{MA}=\frac{MA'}{MT}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow MT^2=MA.MA'$ (۰/۲۵)	۱
۹	$R=3$ $R'=8$ $d=13$ $TT'=\sqrt{d^2-(R-R')^2}$ (۰/۲۵) $5a-3=\sqrt{13^2-(8-3)^2}$ (۰/۲۵) $5a-3=\sqrt{169-25}=\sqrt{144}=12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a=3$ (۰/۲۵)	۱
	«ادامه در صفحه ی سوم »	

باسمه تعالی

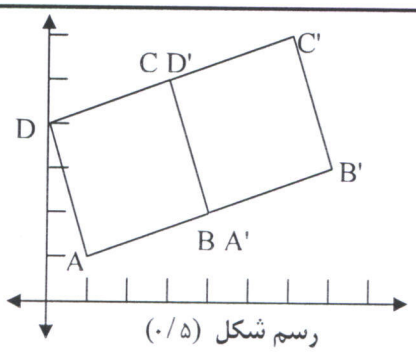
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸:۳۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۶ /۱۰ / ۱۳۹۱
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در **دی ماه** سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱۰

الف) $\overrightarrow{AB}=(۳,۱)$ (۰/۲۵)

$$\left.\begin{array}{l} A(۱,۱)\to A'(۴,۲) \\ B(۴,۲)\to B'(۷,۳) \\ C(۳,۵)\to C'(۶,۶) \\ D(۰,۴)\to D'(۳,۵) \end{array}\right\} \quad (۰/۵)$$



رسم شکل (۰/۵)

ب)(بردار انتقال) $\overrightarrow{AB}=(۳,۱)\longrightarrow T(x,y)=(x+۳,\ y+۱)$ (۰/۲۵)

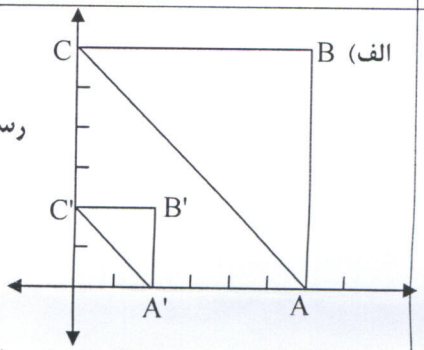
۱/۵

۱۱

$D(x,y)=(\frac{۱}{۳}x,\frac{۱}{۳}y)$

$$\left.\begin{array}{l} A(۶,۰)\to A'(۲,۰) \\ B(۶,۶)\to B'(۲,۲) \\ C(۰,۶)\to C'(۰,۲) \end{array}\right\} \quad (./۵)$$

الف)



رسم شکل (۰/۵)

ب)تجانس انقباض است (۰/۲۵)زیرا $۰<K<۱$ (۰/۲۵)

۱/۵

۱۲

نقطه های $A(۰,۳)$ و $A'(۰,-۳)$ به ترتیب دو نقطه ی دلخواه ازدو خط داده شده هستند. (۰/۲۵)و محور تقارن از نقطه ی **P** وسط **AB** موازی این دو خط می گذرد و چون دو خط موازیند پس :

شیب محور تقارن $= m = m' = -۱$ (۰/۲۵)

$P=(\frac{X_A+X_B}{۲},\frac{Y_A+Y_B}{۲})=(۰,۰)$ (۰/۲۵)

معادله محور تقارن: $Y-Y_P=(-۱)(X-X_P)\to Y-۰=(-۱)(X-۰)$ (۰/۲۵) $\to Y=-X$

۱

۱۳

فرض **ABCD** مربع و**AE=AF** حکم:**CE=CF**

برهان: قطر**AC** که نیمساز زاویه ی مربع نیز می باشد را رسم می کنیم. (۰/۲۵)در مثلث متساوی الساقین **AEF** نیمساز عمود منصف قاعده ی **EF**نیز هست. (۰/۲۵)بنابراین طبق این تبدیل داریم:

$$\left.\begin{array}{l} C\to C \\ E\to F \end{array}\right\} \quad (۰/۲۵) \quad \Rightarrow CE\longrightarrow CF$$

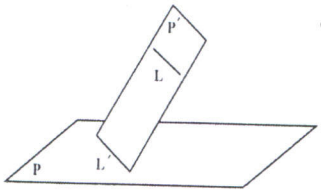
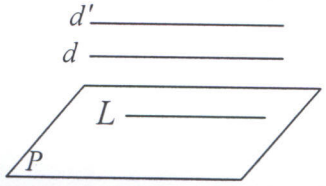
چون بازتاب محوری ایزو متری است (۰/۲۵)پس $CE = CF$

۱

«ادامه در صفحه ی چهارم »

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸:۳۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۶ / ۱۰ / ۱۳۹۱
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در **دی ماه** سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	اگر خط L در صفحه ی P باشد حکم برقرار است (۰/۲۵) فرض کنیم خط L در صفحه ی P قرار ندارد . اگر L' خطی از صفحه P باشد که با L موازی است L و L' متمایزند .صفحه ا ی را که از این دو خط موازی می گذرد P' می نامیم (۰/۲۵).  فصل مشترک دو صفحه ی P و P' همان خط L' است . (۰/۲۵) اگر خط L صفحه P را قطع کند محل تقاطع روی فصل مشترک این دو صفحه قرار دارد ، (۰/۲۵) یعنی دو خط L و L' متقاطع خواهند شد که خلاف فرض است .پس خط L صفحه P را قطع نمی کندوبا آن موازی است. (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱۵	فرض کنیم صفحه ی P با خط d موا ز ی باشد،در این صورت خط d با یک خط صفحه ی P مانند L موازی است. (۰/۲۵)  چون $d' \parallel d$ و $d \parallel L$ پس $d' \parallel L$ (۰/۵) بنابراین خط d' موازی باصفحه ی P است. (۰/۲۵)	۱
۱۶	از نقطه A صفحه P را عمود بر خط L رسم می کنیم. (۰/۲۵) همچنین از نقطه A صفحه Q را بر خط L' عمود رسم می کنیم. (۰/۲۵) فصل مشترک صفحه های P و Q یعنی خط Δ جواب مسئله است. (۰/۲۵) زیرا $\left.\begin{array}{l} L \perp P \Rightarrow L \perp \Delta \\ L' \perp Q \Rightarrow L' \perp \Delta \end{array}\right\} \Rightarrow$ (۰/۲۵) Δ برهر دو خط L و L' عمود است. صفحه های P و Q برهم منطبق نیستندزیرا درغیر این صورت L و L' متنافر نیستندواین خلاف فرض است. (۰/۲۵) خط Δ منحصر به فرد است زیرا صفحه های P و Q منحصر به فرد هستند. (۰/۲۵)	۱/۵
۱۷	الف)نادرست (۰/۲۵) ب)درست (۰/۲۵) ج)درست (۰/۲۵) د)نادرست (۰/۲۵) ه)درست (۰/۲۵)	۱/۲۵
	«موفق باشید » جمع نمره	۲۰

مصححین محترم: لطفا به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود.